制御理論に基づくミルクラン型物流システムの特性解析

＊ 後藤正幸 （武蔵工業大学 環境情報学部）
増井忠幸 （武蔵工業大学 環境情報学部）
俵 信彦 （武蔵工業大学 工学部）

1. はじめに

本稿では、メーカー、物流センター、店舗をつなぐ 3 段階の物流モデルにおいて、店舗の発注後、センターからメーカー側へ商品を回収に行き、店舗納入してセンターに戻るというミルクラン型の物流方式[1]について、制御理論の面から特性解析を行う。従来の物流センターの役目は、店舗からのオーダーに対して品切れを発生しないよう、メーカーに発注し、在庫を保有することで需要変動に対応すると共に、多くの店舗での需要量をまとめて管理することによる需要のばらつきを吸収するという点にあった。本稿では、メーカーと店舗、センター間での情報共有を前提として、直送と一括配送の混合型方式となるミルクラン物流モデル[1]に対し、伝達関数法による解析[2]を行う。

2. 従来モデルとミルクラン物流モデル

2-1. 3 段階物流モデル

メーカーの工場－物流センター（中間倉庫）－小売店という 3 段階の物流モデルを考える[1],[3]．簡単のため一工場，一物流センター，一製品の場合を考える．t 期における市場の需要量を $d(t)$，小売店の期末在庫量を $I_S(t)$，期末発注量を $O_S(t)$，物流センターの期末在庫量を $I_W(t)$，期末発注量を $O_W(t)$とした．小売店における安全余裕を S_S，センターの安全余裕を S_Wとする．また需要 $d(t)$は正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$に従う独立な確率変数であり，メーカー工場のリードタイムを L_W, センターは販売店のオーダーに対して即対応が可能，すなわち小売店から物流センターへのリードタイムは即納で 0 とする．

$$I_s(t) = I_s(t-1) + O_s(t-1) - d(t) \qquad (1)$$

$$I_w(t) = I_w(t-1) + O_w(t-L_w-1) - O_s(t-1) \qquad (2)$$

$$O_s(t) = \mu - I_s(t) + S_s \qquad (3)$$

$$O_w(t) = (L_m+1)\mu - I_w(t) - \sum_{j=1}^{Lw} O_w(t-j) + S_w \qquad (4)$$

2-2. ミルクラン物流モデル

一方，ミルクラン物流モデルは、物流センターを出発したトラックが，メーカーの工場に行き，製品を積み込んだ後，小売店へ納入し，物流センターへ戻るという方法である[1]．小売店からの発注情報はメーカーとセンターに届けられる．トラックはセンターにおいて在庫を積んでからメーカーに行き，メーカーの製造した商品を積載して，小売店に輸送する．小売店では発注した量を納品するのではなく，その時点の在庫不足分に応じて $R_S(t)$という量の商品を納入する．残りの商品はまたセンターが持ち帰り，センターに保管するという方式である．

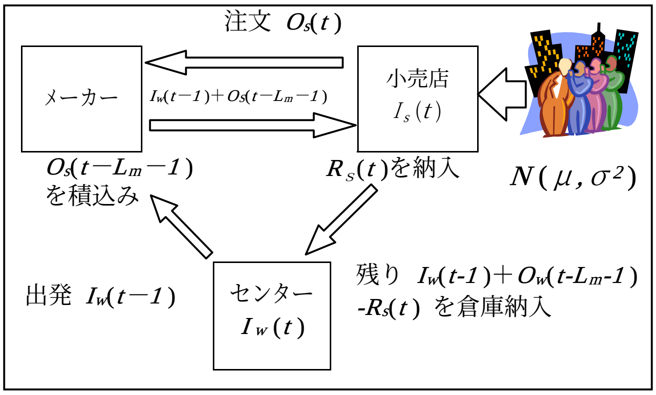

図 1. ミルクラン型直送一括混合物流モデル

ミルクラン型直送一括混合物流モデルにおける在庫量，納入量制御のモデルは、(5)式～(8)式によって与えられる。

$$I_s(t) = I_S(t-1) + R_s(t) - d(t) \qquad (5)$$

$$I_w(t) = I_w(t-1) + O_s(t-L_w-1) - R_s(t) \qquad (6)$$

$$O_s(t) = (L_m+1)\mu - I_s(t) - I_w(t) - \sum_{j=1}^{L_w} O_S(t-j) + S_s + Sw \qquad (7)$$

$$R_s(t) = \alpha O_S(t-L_w-1) + (1-\alpha)\{\mu - I_S(t-1) + S_s\} \qquad (8)$$

3. 伝達関数法による分析

3-1. 需要量に対するパルス伝達関数

本稿では，(5)～(8)式で与えられるミルクラン型物流モデルに対し，伝達関数法による解析を行う．(5)～(8)式に Z 変換を施すと，

$$I_s(Z) = Z^{-1} I_S(Z) + R_s(Z) - D(Z) \qquad \textbf{(9)}$$

$$I_w(Z) = Z^{-1} I_w(Z) + Z^{-L_w-1} O_s(Z) - R_s(Z) \quad (10)$$

$$O_s(Z) = -I_s(Z) - I_w(Z) - \sum_{j=1}^{L_w} Z^{-j} O_S(Z) \quad (11)$$

$$R_s(Z) = \alpha Z^{-L_w-1} O_S(Z) - (1-\alpha) Z^{-1} I_S(Z) \quad (12)$$

が得られる. (9)〜(11)より,

$$O_S(Z) = \frac{1}{\left\{(1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j} + Z^{-L_w-1}\right\}} D(Z) \quad (13)$$

また, (12)と(13)式を(9)式に代入して,

$$I_S(Z) = \frac{-(1-\alpha)Z^{-L_w-1} - (1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j}}{(1-\alpha Z^{-1})\left\{(1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j} + Z^{-L_w-1}\right\}} D(Z) \quad (14)$$

同様に(12)と(13)式を(10)式に代入して,

$$I_w(Z) = \frac{-(1-\alpha)\sum_{j=0}^{L_w-1} Z^{-j-1}}{(1-\alpha Z^{-1})\left\{(1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j} + Z^{-L_w-1}\right\}} D(Z) \quad (15)$$

以上より,

$$R_S(Z) = \frac{(\alpha + Z^{-1} - 2\alpha Z^{-1})Z^{-L_w-1} + (1-\alpha)(1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j-1}}{(1-\alpha Z^{-1})\left\{(1-Z^{-1})\sum_{j=0}^{L_w} Z^{-j} + Z^{-L_w-1}\right\}} D(Z) \quad (16)$$

が得られる. 以上のように, 発注量と各在庫量、及び各期の納入量は, 需要量を入力とする伝達関数によって表現された.

3-2. リードタイムが 0 (即納) の場合

メーカーが, 小売店の発注に対して速やかに対応できる即納 (リードタイム 0) の場合, 各変数の伝達関数による表記は下記のように与えられる.

$$I_S(Z) = -D(Z) \quad (17)$$

$$I_w(Z) = 0 \quad (18)$$

$$O_S(Z) = D(Z) \quad (19)$$

$$R_S(Z) = Z^{-1} D(Z) \quad (20)$$

以上のモデル式が示すように, 本稿で示すミルクラン型物流モデルは, *Lw=0* のケースでは需要量変動をそのまま伝達するモデルとなっており, メリットを発揮できないが, 本質的にメーカーから小売店への直送モデルと等価になる.

3-3. リードタイムが 1 の場合

近年, 成長が著しいコンビニエンス業界など, 販売店からの注文に対し, 翌日納品という形態が多くなっている. この翌日配送は, それまでの間、24 時間営業を行う販売店にとってはリードタイムが 1 日のケースと考えてよい. この適用上重要なリードタイムが 1 のケースについて分析を行うと, 以下の伝達関数モデルが得られる.

$$I_S(Z) = -\frac{1-\alpha Z^{-2}}{1-\alpha Z^{-1}} D(Z) \quad (21)$$

$$I_w(Z) = -\frac{(1-\alpha)Z^{-1}}{1-\alpha Z^{-1}} D(Z) \quad (22)$$

$$O_S(Z) = D(Z) \quad (23)$$

$$R_S(Z) = \frac{Z^{-1}\{1-\alpha+\alpha Z^{-1}-\alpha Z^{-2}\}}{1-\alpha Z^{-1}} D(Z) \quad (24)$$

このシステムにおける発注量と在庫量, 納入量が安定するためには, 上記モデルの伝達関数における極が全て単位円内に存在することが必要十分である. 従って, このシステムの安定条件は, $-1 < \alpha < 1$ で与えられる. 需要量は独立な正規過程であるため, パワースペクトル密度は σ^2 で与えられるので、例えば販売店の在庫量分散 V_S は,

$$V_S = \frac{\sigma^2}{2\pi i}\int_{|Z|=1} \frac{1-\alpha Z^{-2}}{1-\alpha Z^{-1}} \frac{1-\alpha Z^2}{1-\alpha Z} \frac{dZ}{Z} \quad (25)$$

と与えられる. この逆 Z 変換を留数定理で解くことにより, 販売店における在庫量分散の理論式が導かれる. 小売店とセンターの在庫量分散, 発注量分散, 納入量分散の理論式から数値解析を用いて α による評価関数の理論値を示すことができる.

4. まとめ

本稿では, Z 変換に基づく伝達関数法を用いてミルクラン型の物流モデルを分析した. 需要モデルには定常無記憶な正規過程を仮定したが, 自己相関を持つ系列などへ拡張することなどが今後の課題である.

参考文献

[1] 後藤正幸: “ミルクラン方式のアナロジーによる直送と一括配送の混合方式について”, 日本経営工学会平成 17 年度春季大会予稿集, (2005)

[2] 俵 信彦:”発注量変動と在庫量変動を制御する定期発注システムの研究”, 早稲田大学博士論文, (1992)