

Original

The Research of Decision Models That Production and Sales are Integrative for Production Switching

Masatoshi MORI¹ and Masayuki GOTO²

Abstract

This paper focuses on a strategy for determining the price and timing of a new product to be introduced into the market. Every product has its own life cycle; that is, birth, grow, maturity and death, and therefore, we have to decide when and how to stop production of the current product and start sales of the new product. To make a smooth product changeover, the pricing of both old and new products plays an important role. We developed the following heuristic optimization model to help managers decide this switching action and maximize profits in a market where the product has a short life cycle, like a personal computer. When thinking about the product demand, we considered three patterns: market growth, market retraction, unchanged market. For market growth, it is reasonable to think that the product's potential market size could be increased by new value being added through technological innovation of the product. In this paper, we propose a new model to help the manager's decision-making process regarding this switching action taking the maximization of profits at a given demand pattern into consideration. We approach the point using a planning base ranging from a few months to one year, not using long-term demand. This paper approaches development of a profit maximization model considering switch timing.

Key words: a smooth change in products, marketing, price, heuristic optimization model

¹TIS Consulting Ltd.

²The University of Tokyo (Musashi Institute of Technology)

Received: April 1, 2002

Accepted: November 1, 2002

製品切替えにおける生産・販売の統合的意思決定モデルの研究

森 雅 俊¹, 後 藤 正 幸²

本論文は、新製品を市場に投入する切り替えに関して価格と投入タイミングを戦略的に決定することに焦点を当てている。すべての製品には、導入期、成長期、成熟期、衰退期といった製品ライフサイクルがあるので、この中で現行製品から新製品への切替えがあり、旧製品の生産中止と新製品の販売開始を最適に決定していく必要がある。この製品の切替えをスムーズに行なうためには、新旧製品の価格に関する役割が大きい。我々は、この研究においてパーソナルコンピュータなどの比較的短期間の製品ライフサイクルを対象に利益の最大化を目指した最適な切替え問題に対しヒューリスティックな最適化モデルを開発した。

キーワード： 製品切り替え、二重ロジスティック曲線、マーケティング、価格、最適化モデル

1. はじめに

従来、マーケティング分野での意思決定と生産管理を中心とした意思決定とは、それぞれ独自に行われてきた。しかし、意思決定を両方の要素と情報から統合的に最適な意思決定をする統合的意思決定が重要であることは広く認識されるようになってきている。一方、市場はプロダクトアウトからマーケットインへと変貌をとげ、製品のライフサイクルはますます短くなってきている。そのような市場環境の中、新製品投入時期を決定する問題は一つの重要な意思決定要素になっている。以上のことから、新製品の切り替え問題での生産と販売の統合的意思決定モデルについて研究することの意義がある。それにより、生産と販売・マーケティングの全体最適化により企業全体の利益を最大化するためのビジネスモデルに関する一連の研究のために基礎的知見を得ることができよう。

本論文のテーマである新製品の切り替えにおける価格決定と切り替えタイミングの最適化の問題は範囲の広い研究分野であり、従来の研究分野だけでは、十分な最適意思決定ができない学際的範囲を含んだ研究分野であると考えられる。図1に示したのは、製品切替えの価格とタイミングを最適化して企業利益の最大化を図るテーマに関連する従来の研究分野を示した。ここでは5つの分野を関連する分野と考え、それらについて以下に記す[1]。第1の関連分野であるマーケティングは、価格の決定や宣伝広告、流通といった研究がなされており、詳しくは2.1で述べる。第2として需要予測は、主に販売量の予測に直接関係するが、特に製品切替えにおいては、製品ライフサイクルのどの時

期にあるかが販売予測に影響を与える。2.3で述べる。第3として新製品の普及理論があげられる。新製品の市場への浸透を研究した分野として新製品の普及理論(Innovation diffusion)があり、代表的なモデルとしてBassモデルがある[2]。第4として生産管理分野での生産計画と在庫計画が製品供給に重要な影響を与える。生産分野での意思決定項目としては、生産計画及び在庫計画が重要な項目であり、さらに、製造原価や生産能力、人員計画、部品材料手配などがある。また、新製品と旧製品の切り替え時には、旧製品の廃棄や旧製品用の部品、材料の廃棄コストが発生する。さらに新製品の生産設備の設置費用が発生することもある。H.L.Leeらは、SCMにおける意思決定に必要な情報についての考察を行なっている[3]。また、総在庫費用や総生産費用も求めるモデルが研究されている[4]。第5として製品切替えにおける切替え費用の発生を考察すべきであろう。

従来の研究では、これらの5分野を統一的に論じるモデルは論じられていない。具体的には、価格決定に製品ライフサイクルの時期毎の需要パターンを考慮した研究は少なく、かつ、生産管理面での費用を含めた製品切替えにおける最適価格決定モデルから利益最大化を求める研究は行なわれてこなかった。

本研究では、一連の研究テーマとして、上記の5分野を統括的に論じることが可能なモデルを提案することを最終的な目的としている。この製品切り替えの対象としては、従来製品の性能や品質、価格を引き継いだモデルチェンジやマイナーチェンジを前提としている。すなわち、新しい革新的な製品の普及や発売ではなく、従来製品の改良製品が対象である。また、研究の主要テーマとしてこのような製品切り替えの意思決定問題を分析してみると、計画段階での最適切り替え問題をテーマとする場合と販売実績を踏まえた切り替

¹TISコンサルティング株式会社

²東京大学、現在、武蔵工業大学

受付：2002年4月1日、再受付（1回）

受理：2002年11月1日

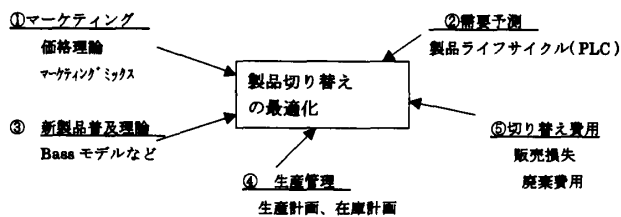


図1 製品切替えの最適化に関する関係分野

え直前でのタイミングの決定や価格操作などを検討するテーマが考えられる。

本稿ではそのような一連の研究テーマにおける第1報として、中長期的な意思決定の視野に立ち、新製品の投入時期と価格による販売量の変化に焦点をあてたモデルを提案し、計画段階での最適切り替え時点を求める解法を導出する。具体的には、新製品投入時期が遅れることによって新製品の潜在需要の低下が起こる現象をロジスティックモデルに改良付加したモデルを提案する。需要のロジスティックモデルについては二重ロジスティックモデル [5] が提案されその有効性が統計的に確認されているが、このモデルを新製品切換え問題に導入する。本稿では、提案モデルに最適解、すなわち最適な新製品投入時点と新製品価格が存在することを数学的に証明し、利益最大化という目的関数に対する最適化アルゴリズムを与える。また、数値実験により、提案モデルの挙動について考察する。本モデルはマーケティング費用などの項もモデル内に取り込んでおり、今後の拡張も可能である。

2. 従来研究と本研究への展開

2.1 販売・マーケティング分野での意思決定

価格設定の基本的要素としては、その製品のコストを算出し、競争相手の設定価格を考慮し、その製品の競争力と顧客の購入能力から価格を決定することが通常である [6]。マーケティングミックスの中で本研究が注目するのは、価格と販売促進活動である。この論文では、マーケティングの費用 M_K を考慮して企業の総利益は、下記のモデルで求める。

$$R = H_s P - M_K - C \quad (1)$$

R : 総利益

H_s : 総販売量

P : 価格

M_K : マーケティング活動の総費用

C : 総生産関連費用

価格と販売促進のマーケティング活動を決定変数として、利益を最大にすることを目的関数として 総利益を求める。

2.2 マーケティングにおける価格理論

マーケティング分野では、価格設定モデルの研究が、価格理論として研究が行われてきた。

価格理論における市場は独占市場及び競争市場がある。本論文では、自社の製品価格のみを考慮し、競合他社価格戦略によるゲーム理論的な構造までは考慮しないものとする。

最適価格を求める価格理論の分野では、ある時点で与えられたビジネス環境に対して最適価格を求める静的モデル [7] が提案されている一方で、時系列な期間を対象として最適な価格をビジネス環境に適応させて時間の関数として求める動的モデルも研究されている [8]~[12]。

本論文では、単一製品の競争市場において、新旧の製品の販売量モデルを静的モデルによってモデル化し、最適な新製品販売価格を求める問題を考える。

需要の価格弾力性は、価格の変化に対応して需要量がどの程度変化するかを表わす指標であり、製品価格と販売量の関係は価格反応関数としてモデル化できる。

日本における需要の価格反応関数として計測がなされている。水道水 0.06 食料品 0.7 衣料品 0.8 医療品 0.9 自動車 1.0 ビール 1.3 となっており、日用品の価格弾力性は比較的 low、嗜好品ほど high。また一般的に他の財と代替することが容易なほど需要の価格弾力性が高い [13]。

2.3 需要予測の研究

製品の需要予測は、設備、人員の計画や販売計画を作成するにあたり、重要な判断資料となる。見込生産の製品では、販売計画の数値から生産計画が作成される。本論文では、需要予測そのものの研究は、取り上げないが、製品のライフサイクルを考慮した需要予測を元に販売計画を作成するモデルを検討する。

製品ライフサイクルは、成長期、成熟期、衰退期に分割でき、その曲線は、ロジスティック曲線で表わされる [14]。

$$D(t) = \frac{G}{1 + b \exp\{a(t - c)\}} \quad (2)$$

- $D(t)$: 計画販売量 (需要予測)
- G : ロジスティック曲線の限界値を示す定数
- a : 定数パラメータ
 - $a < 0$: 成長期から成熟期
 - $a > 0$: 成熟期から衰退期
- b : 定数パラメータ
- c : 定数パラメータ

ただし、 c は時間方向への並行移動を表現するパラメータである。ロジスティック曲線は本来 $-\infty$ から

$+\infty$ の間の実数上に定義される関数であるため、需要モデルに適用するには適宜関数を平行移動させ、実用に耐えうるくらいの 0 に近いところから需要量が立ち上がってくるモデルを考える。

本論文では、このロジスティック曲線を新旧製品の販売予測に当てはめ、成長期、成熟期、衰退期ごとに適切な販売予測パターンを販売予測数に適応させて販売計画を作成し、 H_s (販売量)を求め、それを元に生産計画を作成する。図2に新旧製品のライフサイクルの例を示す¹。また図3に需要予測に基づく見込生産における生産と販売、在庫の関係を示す。図4は製品切換えの時期を示す概念図である。

実際には価格の水準によって販売量 H_s の水準も変化するため、本稿では次式のモデルを採用する。

$$H_s(i) = \frac{G}{1 + b \exp\{a(i - c)\}} p^l \quad (3)$$

p^l は価格による影響の程度を表す価格レベルであり、価格に対する単調減少関数である。

2.4 本研究への展開

本稿では、(1)式に示した利益のモデルを基本とし、旧製品の生産-販売から、新製品の生産-販売へ切り替える際の“切り替え時点”と“新製品価格”の最適化により、利益を最大化するモデルを提案する。

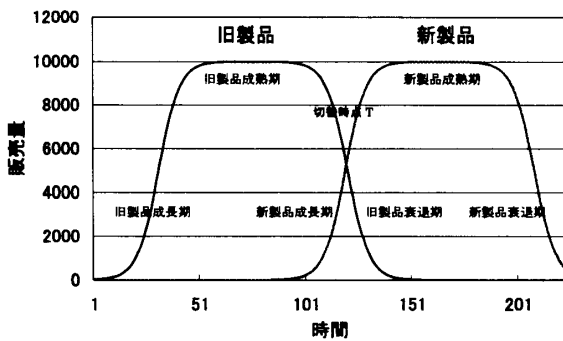


図2 製品切替における製品ライフサイクルと販売量の関係

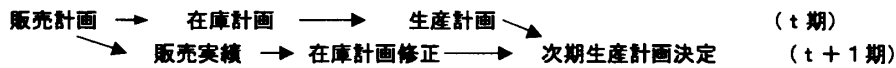


図3 見込生産における生産、販売、在庫の関係

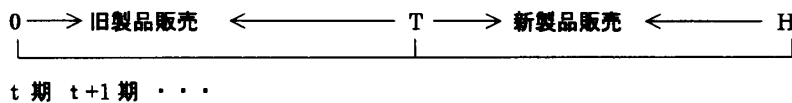


図4 製品切換えの時期

図2に製品ライフサイクルと販売数の関係を示したが、時点 T において旧製品から新製品に切り替える場合、新旧製品を合わせた需要モデルは図2のようになる。旧製品から新製品へ切り替えた時点 T から新製品の成長期が始まるので、新製品の需要曲線は時点 T によって平行移動する。

3. 製販統合的利益最大化の新製品切り替え決定モデルの提案

3.1 目的関数

従来の新製品切り替えにおける価格決定の研究に加え、本研究では、生産側の費用を加味したモデルを提案する。

時間 t を期間に区切り、モデルの対象範囲を $i = 1$ から $i = h$ までとする。ただし、 $i = 1$ は旧製品の販売開始時点であり、リードタイム L により $i = 0$ 以前に遡って生産を行うがものとする。また $i = h$ は新製品のライフサイクルが終了するまでの十分長い期間を考えるものとする。すなわち、 t の連続変数から近似した離散式で考え、最適化したい目的関数 R を次式で与える。

$$R = \sum_{i=1}^h \left\{ H_s(i)P(i) - M_K(i) - C_m X(i - L - 1) - C_{st}I(i) \right\} - C_d I^O(T_2) \quad (4)$$

- R : 総利益 (期間 $i = 0$ から h まで)
- T_1 : 旧製品の生産中止時期 ($T_1 + 1$ 期より新製品の生産開始)
- T_2 : 旧製品の販売終了時期 ($T_2 + 1$ 期より新製品の販売開始)
- $H_s(i)$: i 期の販売数量 (売上数量)
- $P(i)$: i 期の販売価格
- $M_K(i)$: i 期のマーケティング費用

¹これは潜在需要の概念図であり、新製品販売と同時に旧製品の販売を終了する場合には、実際の両者の販売量曲線は交差しない。

- C_m : 単位個あたりの生産原価
- $X(i)$: i 期の生産指示量
- C_{st} : 1個あたり在庫コスト
- $I(i)$: i 期末の在庫数
- C_d : 旧製品の廃棄コスト
- $I^o(T_2)$: T_2 時点の旧製品在庫数量 ($T_2 - 1$ 期末在庫量)
- L : リードタイム

3.2 販売量の数式モデル

本研究では従来研究で多く適用されているロジスティック曲線によりモデルを考える。すなわち、

① 成長→成熟期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b \exp\{a(t - c)\}} \quad (5)$$

$$G > 0, a < 0, b > 0, c > 0$$

② 成熟→衰退期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b \exp\{a(t - c')\}} \quad (6)$$

$$G > 0, a > 0, b > 0, c' > 0$$

を基本モデルとする。ライフサイクルを考えた需要モデルの場合は、成長→成熟→衰退という過程を、成長→成熟、成熟→衰退という2つのロジスティック曲線をつなぎ合わせる形になる。したがって、2つの曲線が成熟期できちんと接続され、左右対称の需要曲線を得るためには $c' = c + 2m$ (ただし m は任意の正数) という関係が必要であることに注意する²。ロジスティックモデル自体は、需要モデルとしてその有効性が検証されているものである。製品のライフサイクルを考える上では一つの有効なモデルといえる。

一方、単に一製品のライフサイクルをモデル化するのではなく、新旧の製品の切り替えを考慮する上では新たな問題は生じる。すなわち、現実には新製品への切り替え時点 T が早いほど新製品の販売量は増加し、遅いほど新製品の販売量は減少するのが現実的であろう。逆に早期に新製品に切り替えることはその分旧製品に関しては総販売量は減少する。すなわち、表1に示すトレードオフ関係が成り立つ。

一方、販売価格 p の設定により、販売数量も変化する。その関係は表2のようになる。従来、二重ロジスティックモデルを成長期の需要モデルとして様々な製品に対し検証している研究がある [15]。投入時期の

²ただし、左右対称に限定せず、関数が非連続でも構わないようなより自由度の高い需要モデルを設定する場合には、これらのパラメータの間に特に数的な関係を設ける必要はない。

表1 新製品切り替え時点 T によるトレードオフ

	$T \rightarrow$ 小	$T \rightarrow$ 大
旧製品販売量	小	大
新製品販売量	大	小

表2 販売価格による販売量の変化と利益の関係

	$p \rightarrow$ 小	$p \rightarrow$ 大
販売量	大	小
1単位当り利益	小	大

遅れに対するモデルとして適用した例はない。さらにこのモデルでは安定な最適解が存在することが示される。さらに数値解析を行い、提案モデルをもとに新製品への切り替え時点及び価格決定の問題の本質について考察を行う。本稿では、製品切り替えの計画段階における製品ライフサイクルを考慮した需要予測 (販売予測) に基づく最適化検討モデルを構築し、その有効性を検証している。

以上のような新製品への切り替え時点、及び価格設定による販売数量の変化を取り入れたモデルを提案する。本研究では、従来のロジスティック曲線に時間の概念を取り入れた投入時期考慮型の二重ロジスティック曲線を販売量決定モデルとして提案する。

① 成長→成熟期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b \exp\{a(t - c - T)\}} f_p(p) f_T(T) \quad (7)$$

$$G > 0, a < 0, b > 0, c > 0$$

② 成熟→衰退期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b' \exp\{a'(t - c' - T)\}} f_p(p) f_T(T) \quad (8)$$

$$G > 0, a' > 0, b' > 0, c' > 0$$

ただし、 $c' = c + 2m$ (m は任意定数) とする。また $f_p(p)$ は価格レベルを表すのもで、価格に対して単調減少の正関数とする。 $f_T(T)$ は新製品投入時期 T による影響関数であり、 T に対して単調減少の正関数とする。これらの分子の \exp 内に T が含まれるのは、製品の投入時期 T によって販売量の立ち上がり平行移動するためである。このモデルにより、上述の2つのトレードオフがモデル化できる。

本研究では、最も基本的なモデルとして以下の数式を用いる。

$$f_p(p) = \frac{\beta_p}{p^{\alpha_p}} \quad (9)$$

ただし、 $\alpha_p > 0$ 、 $\beta_p > 0$ は価格影響の程度を表すパラメータである。

$$f_T(T) = \frac{\gamma_T}{1 + \beta_T \exp\{\alpha_T T\}} \quad (10)$$

ただし、 $\alpha_T > 0$, $\beta_T > 0$, $\gamma_T > 0$ も、 T による影響の程度を表すパラメータである。これらの $f_p(p)$, $f_T(T)$, 及びパラメータは製品によって決まるものであり、予め設定すべきものである。これらはその性質上、価格を変えたり、発売時期を遅らせたりと色々なケースを実験してパラメータを推定することは実際には困難である。しかし、過去の意思決定が販売量に与えた影響を解析することにより、ある程度の推測は可能であろう。 $f_p(p)$ のパラメータについては価格反応係数のようにある程度調査に基づく数値をもとに設定すればよい。

4. 解法の考察

本研究の対象である新製品の概念は、モデルチェンジ等により切り替えることを前提にしている。旧製品の需要パターンを販売実績としてある程度使用して販売予測ができると考えられることから、新二重ロジスティック曲線に使用するパラメータ値の範囲もある程度予測できると言える。

この目的変数を求めるにあたり、このモデルの前提条件を明確にする。

- 1) 単一製品で見込生産品を対象にしている。
- 2) 動的な価格の変化は行わない。つまり、旧製品と新製品で価格は時間的に固定する。
- 3) 中長期的な視野に立ち、需要予測の誤差は考慮しない。
- 4) 旧製品の販売開始時を時点 $t = 1$ とし、 $T = T_1 + 1 = T_2$ とする³。
- 5) リードタイム 0 の即納とする。つまり、期末に発注した物品は時期の期首に納入される（旧製品の生産開始時点は $t = 0$ となる）。
- 6) 生産指示量 $X(i)$ は次期の販売量 $H_s(i+1)$ の予測誤差を考慮して、

$$X(i) = \begin{cases} H_s(i+1) - I(i) + S(i) & , i \neq T \\ H_s(i+1) + S(i) & , i = T \end{cases}$$

とする定期発注型モデルとする⁴。ただし、 $S(i)$ は i 期の安全在庫量であり、安全在庫係数 ρ を用いて $S(i) = \rho H_s(i+1)$ とする。

- 7) マーケティング費用は期間を通じて固定とし ($M_K(i) = M_K$)、費用に比例して効果がでる。

³これはすなわち

- (a) $T-1$ 期までは旧製品を生産・販売
- (b) T 期は旧製品を販売、新製品を生産
- (c) $T+1$ 期から新製品を生産、販売を意味する。

⁴ $i = T$ 前後で旧製品と新製品が切り替わるため、 T 期の生産指示は新製品であるが、在庫は旧製品という状態になる。従って、 $i = T$ においては在庫量による生産指示量の調整は行われず、旧製品在庫は処分されるものとする。

3) の需要予測の誤差を考慮する場合は、需要予測が外れるメカニズムをモデル化する必要があるが、本稿では簡単のため行わない。4) のスタート時点であるが、旧製品の投入時期から考慮しても最適化問題には影響がないため、成熟期から目的関数に組み込むことにする。6) では本来の需要予測誤差を考慮した生産量の決定を導入している。このもとでは安全在庫がそのまま在庫量となり $I(i+1) = S(i)$ となる⁵。すなわち、中長期的な需要のトレンドに追従して生産計画を立てる問題であるため、需要予測の誤差により生じる在庫保管費用の変動については論じていない。

7) について説明を加える。販売量 H_s は、価格 p とマーケティング費用 M_K の影響を受ける。マーケティングは費用に比例して効果がでるものとする。このモデルにおいては、本稿の目的関数の最適化には影響を与えない。従って、本稿ではマーケティング費用を固定とする。すなわち、以下ではマーケティング費用の増減による効果については論じないが、今後の拡張のために重要であり、モデルに取り入れておく。

以上の準備のもとで、本稿で扱う目的関数を書き換えると以下のようにになる。

$$R = \sum_{i=1}^T \left\{ H_s(i) P_o - C_m X(i-1) - C_{st} I(i) \right\} + \sum_{i=T+1}^h \left\{ H_s(i) P_n - C_m X(i-1) - C_{st} I(i) \right\} - C_d I(T) \quad (11)$$

ただし、マーケティング費用 M_K は定数項であり目的関数の最適化に影響を与えないため、ここでは割愛した。目的は、この目的関数を最大化する切り替え時点 T を求めることと、新製品価格 P_n を決定することである。旧製品は成熟期であるので旧製品価格 P_o は与えられているものとするが、これを決定変数として最適化する拡張は容易である。ただし、販売量 H_s は次のように与えられる。

(1) 旧製品

① 成長→成熟期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b_0 \exp\{a_0(t - c_0)\}} f_p(P_o) \quad G > 0, a_0 < 0, b_0 > 0, c_0 > 0 \quad (12)$$

⁵本来なら、需要がロジスティック曲線を平均してばらつくモデルを考えることもできる。すなわち、需要モデルとして平均値に白色ノイズを加える加法モデル等が適用可能である。しかし本稿の中長期的な意思決定問題においては本質的ではなく、期待利益の最大化問題とすれば結果は変わらないのでここでは各期での需要の微小な変動は考慮しない。

② 成熟→衰退期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b'_0 \exp\{a'_0(t - c'_0)\}} f_p(P_0)$$

$$G > 0, a'_0 > 0, b'_0 > 0, c'_0 > 0 \quad (13)$$

(2) 新製品

① 成長→成熟期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b_1 \exp\{a_1(t - c_1 - T)\}} f_p(P_n) f_T(T)$$

$$G > 0, a_1 < 0, b_1 > 0, c_1 > 0 \quad (14)$$

② 成熟→衰退期

$$H_s(t) = \frac{G}{1 + b'_1 \exp\{a'_1(t - c'_1 - T)\}} f_p(P_n) f_T(T)$$

$$G > 0, a'_1 > 0, b'_1 > 0, c'_1 > 0 \quad (15)$$

ただし、 $f_p(p)$, $f_T(T)$ は、(9), (10) 式で与えられる。(14) 式、(15) 式の分子の \exp 内に T が含まれるのは、新製品投入時期 T によって新製品販売量の立ち上がり が平行移動するためである。

4.1 解法の手順

まずは数値解析のために必要な次の定理について述べる。

[定理 1] 旧製品、新製品の価格を固定し、十分大きな h を与えた場合、(11) 式で表される目的関数は、切り替え時点 T に対して単峰形、あるいは単調となる。すなわち、目的関数を最大化する T が存在し、その最適解は T を $T = 0$ から次第に大きくしていき、 R が最大値を取った点により与えられる。

(証明) 付録 1 参照。 □

[定理 2] 旧製品の価格と新製品切り替え時点 T を固定し、十分大きな h を与えた場合、(11) 式で表される目的関数は、新製品価格 P_n に対して単峰形、あるいは単調となる。すなわち、目的関数を最大化する R_n が存在し、その最適解は P_n を十分小さい初期値から次第に大きくしていき、 R が最大値を取った点により与えられる。

(証明) 付録 2 参照。 □

これら二つの定理より、次の手続きにより最適な切り替え時点 T を探索することができる。

[数値解探索アルゴリズム]

- Step1 P_n の初期値と更新幅 ΔP を与える。
 Step2 $k = 0$, $R_{\max} = 0$ とする。
 Step3 P_n を固定し、 $T = 0$ から大きくしていき最大値 R^k とそのときの T を求める。

Step4 $R_{\max} < R^k$ ならば $T_{\max} < R^k$, $P_n + \Delta P$ とし Step3 へ戻る。 $R_{\max} \geq R^k$ ならば、そのときの T と P_n , R^k を出力して終了。 □

このアルゴリズムにより ΔP を十分小さく取れば、ほぼ最適解が探索可能であることが定理 1, 定理 2 より保証される。すなわち次の系が成り立つ。

[系 1] 上記で与えられる数値解探索アルゴリズムは、 $\Delta P \rightarrow 0$ により、限りなく最適解に近い値を探索可能である。 □

5. 数値解析結果

ここでは、提案モデルの挙動を解析・検証するため、数値実験を行った結果を示す。数値実験に用いたパラメータは以下の通りである。

- $h = 3000$
- $MK(i) = 0$: 広告効果は考慮しない
- $Cm = 8,000$: 単位当り製造原価は固定
- $Cst = 500$: 単位当り在庫保管費は固定
- $Cd = 1,000$: 切り替え時の単位当り在庫処分費用は固定
- $\rho = 0.1$: 安全在庫係数は需要の 10%
- 旧製品需要

① 成長→成熟期

$$G = 10,000, a_0 = -0.02, b_0 = 0.02, c_0 = 0$$

② 成熟→衰退期

$$G = 10,000, a'_0 = 0.02, b'_0 = 0.02, c'_0 = 700$$

• 新製品需要

① 成長→成熟期

$$G = 10,000, a_1 = -0.02, b_1 = 0.02, c_1 = 700$$

② 成熟→衰退期

$$G = 10,000, a'_1 = 0.02, b'_1 = 0.02, c'_1 = 1400$$

図 5 に、新製品価格別に切り替え時点 T を変化させたときの総利益の挙動を示す。新製品価格を 10000~30000 まで 5000 刻みで変化させた 6 通りの挙動を示してある。全てにおいて定理で述べられたように、新製品切替時点 T は単峰形であり、最適解を持つことが分かる。また、新製品価格によって山の高さが異なり、これは価格も変化させることによって総利益が増減することを示している。

図 6 に、新製品価格を変化させたときの最適な切り替え時点の挙動を示す。最適な切替時点とは利益が

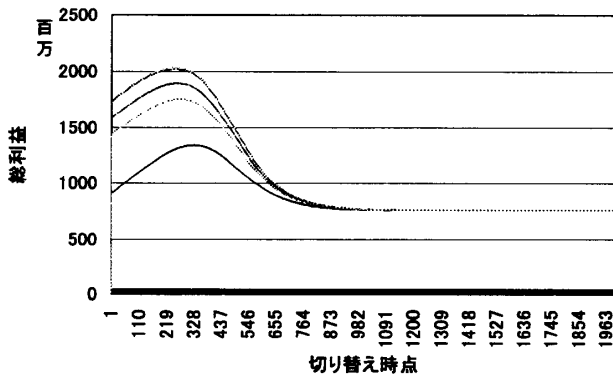


図5 切り替え時点 T を変化させたときの総利益の挙動

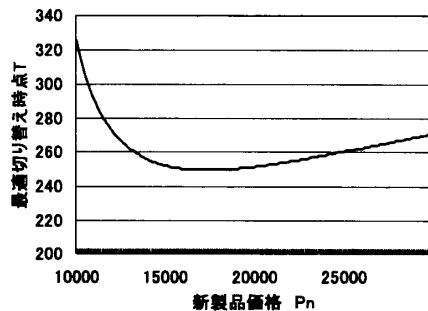


図6 新製品価格を変化させたときの最適な切り替え時点の挙動

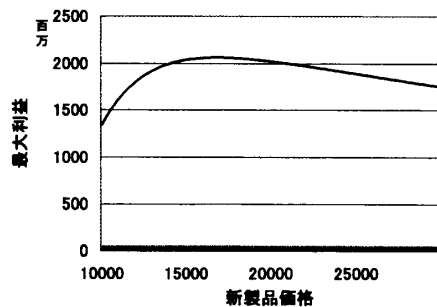


図7 新製品価格を変化させたときの最大利益の推移

最大となる切換え時点 T であり、新製品価格に対して下に凸であることがわかる。

次に、図7に、新製品価格を変化させたときの最大利益の推移を示す。この結果より、新製品価格 P_n に対して最大利益は上に凸であり、 P_n に関しても最大値を持つことがわかる。これは定理2で裏付けられている結果である。したがって、この関数の最大値をとる P_n を求め、そのときの最適切換え時点 T と併せれば、それが最適解であることがいえる。

6. 結 言

本研究では、新製品への切り替えにおいて利益が最大となる時点（タイミング）及び価格決定という意味決定のためのモデルを提案した。本稿ではそのような

一連の研究テーマにおける基礎研究として、中長期的な意思決定の視野に立ち、製品切り替えの計画段階における製品ライフサイクルを考慮した需要予測（販売予測）を行い、新製品の投入時期と価格による販売量の変化に焦点を当てたモデルを提案、最適切り替え時点を求める解法を導出した。具体的には、新製品投入時期が遅れることによって新製品の潜在需要の低下が起こる現象を二重ロジスティックモデルを改良し、投入時期の遅れに対するモデルとして適用した変形二重ロジスティックモデルを開発し、さらにこのモデルでは安定した最適解が存在することを求めた。数値解析を行い、提案モデルをもとに新製品への切り替え時点及び価格決定の問題での本モデルの有効性を検証した。今後の課題としては、マーケティングの効果と費用をこのモデルに組み入れたモデルを考察すること。及び考察の焦点を製品切替え直前に当て販売状況と在庫量を加味して価格操作による切り替えタイミングを探る研究を行う予定である。

参 考 文 献

- [1] Krishnam, T.V., Bass, F.M. and Jain, D.C.: "Optimal Pricing Strategy for New Products", *Manage. Sci.*, Vol. 45, No. 12, pp. 1650-1663 (1999)
- [2] Bass, F.M.: "A New Product Growth Model for Consumer Durables", *Manage. Sci.*, Vol. 15, pp. 215-227 (1969)
- [3] Lee, H.L., Padmanabhan, V. and Whang, S.: "Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect", *Manage. Sci.*, Vol. 43, No. 4 (1997)
- [4] 北原貞輔, 児玉正憲:「ORによる在庫管理システム」, 九州大学出版会, pp. 43-65 (1987)
- [5] Osaki, M., Gemba, K. and Kodama, F.: "Market Growth Models in Which the Potential Market Size Increases with Time", *Technology Management in the Knowledge Era, Portland International Conference on Management of Engineering and Technology*, pp. 788-796 (2000)
- [6] 沼上 幹:「マーケティング戦略」, 有斐閣アルマ社 (2000)
- [7] 倉澤資成:「入門価格理論」, 日本評論社 (1988)
- [8] アンドレ・ガポール (市川 貢訳):「価格決定の原理と実践」, ミネルヴァ書房, p. 13, p.87, p.198 (1986)
- [9] 林 敏彦:「需要と供給の世界」, 日本評論社 (1982)
- [10] Hermann, S.: "Price Management", pp. 54-167, Elsevier Science (1989)
- [11] Eliashberg, J. 編 (森村英典, 岡太彬訓, 木島正明, 守口 剛訳):「マーケティングハンドブック」, 朝倉書店 (1997)

- [12] Rao, V.R.: "Pricing Research in Marketing: The State of the Art", *J. Business*, Vol. 57, pp. 39-60 (1984)
- [13] ステイグリッツ:「入門経済学」, 第2版, 東洋経済新報社 (1999)
- [14] 円山由次郎:「新版 需要予測と経済時系列分析」, 日本生産性本部 (1974)
- [15] Yamaguchi, T., Gemba, K. and Kodama, F.: "Quantitative Analysis of Business-Model", Proceedings of the Portland International Conference on Management of Engineering and Technology (2001)

付録1 定理1の証明

$H_s(0) = 0$ と定義し,

$$X(i) = \begin{cases} H_s(i+1) - I(i) + S(i) & , i \neq T \\ H_s(i+1) + S(i) & , i = T \end{cases}$$

と

$$I(i+1) = S(i) = \rho H_s(i)$$

を用いて (11) 式を書き換える. $i = T$ までは旧製品の販売期間, $i = T + 1$ 以降は新製品の販売期間であることに注意すると,

$$\begin{aligned} R &= \sum_{i=1}^T C_1 H_s(i) + \rho(C_m - C_d) H_s(T) \\ &+ \sum_{i=T+1}^h C_2 H_s(i) + \rho C_m H_s(T+1) \\ &+ \rho(C_m - C_d) H_s(h) \end{aligned} \quad (16)$$

となる. ただし, C_1, C_2 は

$$C_1 = P_o - C_m - \rho C_s t - 2\rho C_m \quad (17)$$

$$C_2 = P_n - C_m - \rho C_s t - 2\rho C_m \quad (18)$$

で与えられる. これを旧製品販売期間の部分

$$r_1 = \sum_{i=1}^T C_1 H_s(i) + \rho(C_m - C_d) H_s(T) \quad (19)$$

と新製品販売期間の部分

$$\begin{aligned} r_2 &= \sum_{i=T+1}^h C_2 H_s(i) + \rho C_m H_s(T+1) \\ &+ \rho(C_m - C_d) H_s(h) \end{aligned} \quad (20)$$

に分けて考えよう. P_o は定数であるから, r_1 において $T = t$ から $T = t + 1$ としたときの変化量 Δr_1 は

$$\begin{aligned} \Delta r_1 &= C_1 H_s(t+1) \\ &+ \rho(C_m - C_d) \{H_s(t+1) - H_s(t)\} \\ &= (C_1 + \rho(C_m - C_d)) H_s(t+1) \\ &- \rho(C_m - C_d) H_s(t) \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられる. $C_3 = -\rho(C_m - C_d)$, $C_4 = (C_1 + \rho(C_m - C_d))$ とおけば,

$$\Delta r_1 = C_3 H_s(t) + C_4 H_s(t+1) \quad (22)$$

となり, 変化量 Δr_1 はロジスティック関数の線形和の形で与えられることがわかる.

一方, P_n を固定したとき, $h \rightarrow \infty$ とすると r_2 は

$$r_2 = \sum_{i=T+1}^{\infty} c_i H_s(i)$$

の形に書けることがわかる. ただし,

$$c_i = \begin{cases} C_2 + \rho C_m & , i = T + 1 \\ C_2 & , i \geq T + 2 \end{cases} \quad (23)$$

である. (14) 式, (15) 式の分子に含まれる T は関数の平行移動を表すので, $T = t$ から $T = t + 1$ としたときの変化量 Δr_2 は

$$\Delta r_2 = C_5 \{f_T(t+1) - f_T(t)\} \quad (24)$$

と書けることがわかる.

ただし, $C_5 = \sum_{i=T+1}^{\infty} c_i H_s^{fix}(i)$ は定数項であり, $H_s^{fix}(i)$ は成長→成熟期では

$$H_s^{fix}(i) = \frac{G}{1 + b_1 \exp\{a_1(t - c_1 - T)\}} f_p(P_n)$$

成熟→衰退期では

$$H_s^{fix}(i) = \frac{G}{1 + b'_1 \exp\{a'_1(t - c'_1 - T)\}} f_p(P_n)$$

と与えられる関数である. よって

$$C_5 f_T(T) = \frac{C_5 \gamma T}{1 + \beta_T \exp\{\alpha T\}} \quad (25)$$

であるから, T の関数 r_2 は T に関して単調減少か単調増加であることが分かる.

以上より, R において $T = t$ から $T = t + 1$ としたときの変化量 ΔR は

$$\begin{aligned} \Delta R &= \Delta r_1 + \Delta r_2 \\ &= C_3 H_s(t) + C_4 H_s(t+1) + C_5 f_T(t) \end{aligned} \quad (26)$$

これはロジスティック関数の線形和であるので, R は単峰形か単調関数となることは明らかである. \square

付録2 定理2の証明

定理1の方針と同様に、目的関数 R を P_n の関数として書き換える。 $h \rightarrow \infty$ とし、式(19)の r_1 を用いて

$$R = r_1 + \sum_{i=T+1}^h (P_n + C_6)H_s(i) + \rho C_m H_s(T+1)$$

となる。ただし

$$C_6 = -C_m - \rho(Cst + C_m)$$

は定数である。ここで、式(14)、(15)と

$$f_p(p) = \frac{\beta_p}{p^{\alpha_p}}$$

から R を P_n の関数としてみると C_7 を適当な定数として

$$R = C_7(P_n + C_6) \frac{\beta_p}{P_n^{\alpha_p}}$$

の形で与えられることが容易にわかる。ただし $P_n > 0$ に注意。

したがって、 a を定数、 $b > 0$ を正定数として、関数

$$f(x) = \frac{x+a}{x^b} \quad (27)$$

は $x > 0$ で単調、あるいは単峰性関数であることから、 R も $P_n > 0$ の領域で単調関数か単峰性関数であることがいえる。 \square